

مسئله 1) الف - خطوط شار را برای میدان سرعت دوبعدی ی

$$\begin{cases} v_x = kx, \\ v_y = ky, \end{cases}$$

به دست آورید.

ب - فرض کنید تمام نقاطی که در زمان  $t = 0$  روی دایره‌ای با معادله  $x_0^2 + y_0^2 = a^2$  هستند را رنگی کرده‌ایم. در

زمان‌های بعد این خم به چه شکلی در می‌آید؟ آیا شار تراکم‌ناپذیر است؟ چرا؟  $k > 0$  و  $k < 0$  چه معنایی دارند؟

مسئله 2) میدان سرعت شاره‌ی تراکم‌ناپذیری

$$v = \alpha(xi - yj)$$

است.  $\alpha$  مقداری ثابت است.

الف - چه مدت طول می‌کشد تا ذره‌ی شاره‌ای که در زمان  $t = 0$  در نقطه‌ی  $(1, 1)$  بوده به  $x = 2$  برسد. در این زمان

$y$  ذره‌ی شاره چه قدر است؟

ب - بردار شتاب را به دست آورید.

مسئله 3) میدان سرعت شاره‌ای

$$\mathbf{v} = A(x^3\mathbf{i} - 3x^2y\mathbf{j})$$

است.

الف - آیا این شاره تراکم‌ناپذیر است؟

ب - شاره غیرگران‌رو و چگالی‌ی آن  $\rho_0$  است. فشار در مبدأ را  $p_0$  بگیرید. تابع فشار را به دست آورید. گرانش در

راستای  $z$  است.

مسئله 4) درون استوانه‌ی به شعاع  $a$  از شاره‌ای تراکم‌ناپذیر با چگالی‌ی  $\rho_0$  و گران‌روی  $\mu$  پر شده است. گرانش در

راستای قائم است. استوانه با سرعت  $U\mathbf{k}$  در راستای محورش که افقی است کشیده می‌شود. میدان سرعت شاره را در

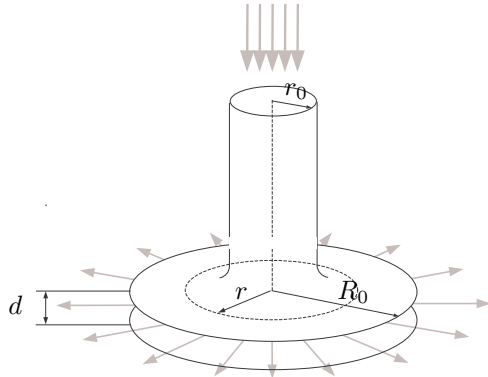
حالت پایا به دست آورید.

مسئله 5) مطابق شکل آب از لوله‌ای به شعاع  $r_0$  با سرعت  $v_0$  وارد و از بین دو صفحه به شعاع  $R_0$  شعاعی خارج می‌شود. فاصله‌ی بین دو صفحه را  $d$  بگیرید و از گران روی چشم‌پوشی کنید.

الف- سرعت آب خروجی از بین دو صفحه،  $v_1$  چه قدر است؟

ب- سرعت آب بین دو صفحه در فاصله‌ی  $r$  از محور تقارن لوله چه قدر است؟

ب- شتاب ذره‌ای از آب که در فاصله‌ی  $r$  از محور تقارن لوله است چه قدر است؟



روابط زیر ممکن است به دردتان بخورد.

$$\nabla = \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}, \quad \nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = -\nabla P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

مسئله 6) موفق باشید.