

به نام خدا

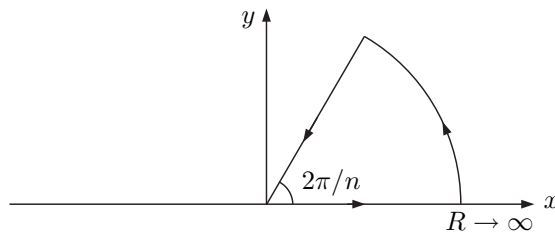
مسئله 1) نگاشت $w(z) = \sin z$ خط $x = c$ را به چه تبدیل می‌کند؟
مسئله 2) انتگرال زیر را محاسبه کنید

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{1 + \sin^2 \theta}$$

مسئله 3) انتگرال زیر را محاسبه کنید

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{1 + x^n}$$

راه‌نمایی: می‌توانید از پربند زیر استفاده کنید.



مسئله 4) الف - تابع $f(x) = x$ $0 < x < \ell$ را در نظر بگیرید.

الف) بسط سینوسی $f(x)$ را به دست آورید.

ب) بسط کسینوسی $f(x)$ را به دست آورید.

مسئله 5) تار مرتعشی بین نقاط $x = 0$ و $x = L$ بسته شده است. این تار می‌تواند آزادانه ارتعاش کند. دامنه‌ی ارتعاش، $u(x, t)$ ، در معادله‌ی زیر صدق می‌کند.

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

$u(x, t)$ را به دست آورید. شرایط اولیه عبارت‌اند از

$$u(x, 0) = A \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), \quad \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = B \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right)$$

راه‌نمایی: فرض کنید تابع $u(x, t)$ بسط زیر را دارد. ضرایب بسط را به دست آورید.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L}.$$