

مسئله 1) عمل گیر

$$\mathcal{L} = (1 - x^2) \frac{d^2}{dx^2} - (2\alpha + 1)x \frac{d}{dx}$$

را به شکل خودجفت در آورید.

مسئله 2) دو پایه e_1 و e_2 داده شده اند:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

با استفاده از روش متعامدسازی گرم - اسمیت پایه‌هایی متعامد و بهنجار بسازید.

مسئله 3) تابع

$$f(\theta) = \sin \theta + \cos 3\theta, \quad 0 < \theta < 2\pi$$

را در نظر بگیرید.

الف - $f(\theta)$ را در ناحیه $0 < \theta < 2\pi$ بسط فوریه دهید.

ب - $f(\theta)$ را در ناحیه $0 < \theta < 2\pi$ بسط سینوسی ی فوریه دهید. برای این کار می‌توانید تابع $f(\theta)$ را برای ناحیه $0 < \theta < 2\pi$ گسترش فرد دهید.

مسئله 4) تار مرتعشی بین نقاط $x = L$ و $x = 0$ بسته شده است. این تار می‌تواند آزادانه ارتعاش کند. دامنه ی ارتعاش، $u(x, t)$ ، در معادله ی زیر صدق می‌کند.

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}$$

$u(x, t)$ را به دست آورید. شرایط اولیه عبارتند از

$$u(x, 0) = A \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right), \quad \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = B \sin\left(\frac{5\pi x}{L}\right)$$

راه‌نمایی: فرض کنید تابع $u(x, t)$ بسط زیر را دارد. ضرایب بسط را به دست آورید.

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \sin \frac{n\pi x}{L}.$$

مسئله 5) تبدیل فوریه ی تابع $f(x) = \exp[-\alpha x^2 + \beta x]$ را به دست آورید.