

به نام خدا

دانش گاه الزهرا - آذر ماه ۸۶

امتحان میان ترم دوم مکانیک کوانتومی I

مسئله 1) الف - نشان دهید مقادیر ویژه ی هر عملگر هرمیتی حقیقی است.

ب - جابه جاگر سه عملگر L_i , $i = 1, 2, 3$ به صورت زیر است

$$[L_1, L_2] = i\hbar L_3,$$

که ϵ_{ijk} نماد لوی - چی ویتا است. فرض کنید این سه عملگر هرمیتی هستند و تابع حالت سیستم، ψ ، به گونه ای است که L_1 مقدارش معین است

$$L_1\psi = \lambda\psi$$

مقدار متوسط L_3 در این حالت چه قدر است؟

مسئله 2) ذره ای درون جعبه ای یک بعدی به عرض a قرار دارد. $(-a/2 < x < a/2)$

الف - در زمان $t = 0$ با احتمال $\frac{1}{4}$ در حالت پایه و با احتمال $\frac{3}{4}$ در دومین حالت برانگیخته است. کلی ترین شکل تابع حالت سیستم چیست؟

ب - در زمان $t = T$ انرژی سیستم را اندازه می گیریم. چه مقادیری و با چه احتمال هایی به دست می آید؟

ج - مقدار متوسط پارامتر در زمان های $t = 0$ و $t = T$ چیست؟

د - چگالی احتمال پیدا کردن ذره در $t = 0$ در $x = 0$ چه قدر است؟

مسئله 3) عملگر \mathcal{L} به صورت زیر تعریف شده

$$\mathcal{L} := \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} - \beta x, \quad -a \leq x \leq a$$

که β مقداری ثابت است. تابع ویژه ی این عملگر در شرط $\psi(a) = \psi(-a)$ صدق می کند. ویژه مقادیر این عملگر را به دست آورید.

راه نمایی: ممکن است تغییر متغیر $\phi(x) = \psi(x)e^{i\beta x^2/(2\hbar)}$ به دردتان بخورد.

موفق باشید.