

به نام خدا

دانش گاه الزهرا - فروردین ۸۶

امتحان میان ترم اول مکانیک کوانتومی II

نام:

شماره دانش جویی:

الف	ب	ج	د	
				۱
				۲
				۳
				۴
				۵
				۶
				۷
				۸
				۹
				۱۰

تابع حالت ذره‌ای که در پتانسیل کروی  $V(r)$  قرار دارد، به صورت زیر است

$$\psi(x, y, z) = (x + y + z)f(r).$$

مسئله 1) اگر اندازه‌گیری  $L^2$  انجام شود چه مقادیری و با چه احتمال‌هایی به دست می‌آید

الف)  $2\hbar^2$  با احتمال 1

ب) 0 با احتمال  $1/2$  و  $2\hbar^2$  با احتمال  $1/2$

ج)  $2\hbar^2$  با احتمال  $1/2$  و  $6\hbar^2$  با احتمال  $1/2$

د) 0 با احتمال  $1/4$  و  $2\hbar^2$  با احتمال  $1/2$  و  $6\hbar^2$  با احتمال  $1/4$

مسئله 2) اگر اندازه‌گیری  $L_z$  انجام شود چه مقادیری و با چه احتمال‌هایی به دست می‌آید

الف)  $\hbar$  با احتمال  $1/3$  و 0 با احتمال  $1/3$  و  $-\hbar$  با احتمال  $1/3$

ب)  $\hbar$  با احتمال  $1/4$  و 0 با احتمال  $1/2$  و  $-\hbar$  با احتمال  $1/4$

ج)  $\hbar$  با احتمال  $1/6$  و 0 با احتمال  $2/3$  و  $-\hbar$  با احتمال  $1/6$

د)  $\hbar$  با احتمال  $1/2$  و 0 با احتمال 0 و  $-\hbar$  با احتمال  $1/2$

مسئله 3) سه عملگر  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{P}$ ،  $\mathbf{r} \times \mathbf{P}$  و  $\mathbf{P} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{P})$  را در نظر بگیرید.

الف) هر سه عملگر هرمیتی هستند.

ب)  $\mathbf{r} \times \mathbf{P}$  و  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{P}$  هرمیتی هستند.

ج)  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{P}$  و  $\mathbf{P} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{P})$  هرمیتی هستند.

د)  $\mathbf{r} \times \mathbf{P}$  و  $\mathbf{P} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{P})$  هرمیتی هستند.

مسئله 4) تابع موج سیستمی  $R(r) Y_l^m(\theta, \phi)$  است، که مختصات کروی آنند. کدام گزینه در مورد

مقدار چشم‌داشتی  $L_x$  و  $L_x^2$  درست است؟ ( $(x, y, z)$  مختصات دکارتی اند).

الف)  $\langle L_x \rangle = m\hbar$  و  $\langle L_x^2 \rangle = 0$

ب)  $\langle L_x \rangle = 0$  و  $\langle L_x^2 \rangle = [l(l+1) - m^2]\hbar^2/2$

$$\langle L_x^2 \rangle = l(l+1)\hbar^2 \text{ و } \langle L_x \rangle = m\hbar \quad (\text{ج})$$

$$\langle L_x^2 \rangle = l(l+1)\hbar^2 \text{ و } \langle L_x \rangle = 0 \quad (\text{د})$$

مسئله 5) یک ذره به جرم  $m$  در پتانسیل مرکزی

$$V(r) = \begin{cases} -V_0, & r < a \\ 0, & r > a \end{cases}$$

است.  $r$  فاصله تا مبدأ است، و  $a$  و  $V_0$  ثابت‌هایی مثبت اند. شرط این که سیستم حالت مقید داشته باشد کدام است؟

الف) هیچ شرطی لازم نیست.

$$(mV_0 a^2 / \hbar^2) > (\pi^2 / 8) \quad (\text{ب})$$

$$(mV_0 a^2 / \hbar^2) > 1 \quad (\text{ج})$$

د) جز در حالتی که  $V_0$  بی‌نهایت باشد، این سیستم حالت مقید ندارد.

حالت الکترونی در اتم هیدروژن در زمان  $t = 0$  به صورت زیر است. این حالت بهنجار است.

$$\psi(r, 0) = \frac{4e^{-r/a_0}}{(2a_0)^{3/2}\sqrt{4\pi}} + \frac{A r e^{-r/(2a_0)}}{a_0(2a_0)^{3/2}} (-iY_{1,1} + Y_{1,-1} + \sqrt{7}Y_{1,0}).$$

$a_0$  شعاع اتم بور است.

مسئله 6) ثابت  $A$  چیست؟

مسئله 7) احتمال این که تکانه  $z$  زاویه‌ای  $Y$  کلی صفر باشد، چه قدر است؟

مسئله 8) مقدار متوسط  $L_z$  چه قدر است؟

مسئله 9) مقدار متوسط انرژی چه قدر است؟

مسئله 10) احتمال یافتن الکترون در بازه  $r$  و  $r + dr$  را با  $P(r) dr$  نمایش می‌دهیم.  $P(r)$  را به دست

آورید. تابع  $P(r)$  در چه شعاعی بیشینه می‌شود؟

مسئله 11)  $\psi(\mathbf{r}, t)$  را به دست آورید.

راه‌نمایی: ممکن است روابط زیر به درد شما بخورند

$$Y_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$$

$$Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} e^{i\phi} \sin \theta, \quad Y_{1,0} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta,$$

$$Y_{2,2} = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} e^{2i\phi} \sin^2 \theta, \quad Y_{2,1} = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} e^{i\phi} \sin \theta \cos \theta, \quad Y_{2,0} = \sqrt{\frac{15}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1).$$

$$R_{10} = \frac{2}{(a_0)^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

$$R_{20} = \frac{2}{(2a_0)^{3/2}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/(2a_0)}$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}(2a_0)^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/(2a_0)}$$