

به نام خدا

دانشگاه الزهراء - اردیبهشت ۸۷

امتحان میان‌ترم دوم مکانیک کوانتومی II

نام:

شماره دانشجویی:

الف	ب	ج	د
۱			
۲			
۳			
۴			
۵			
۶			
۷			
۸			
۹			
۱۰			

به نام خدا

دانشگاه الزهراء - اردیبهشت ۸۷

امتحان میان‌ترم دوم مکانیک کوانتومی II

مسئله 1) دستگاهی شامل 4 ذره مشابه با اسپین 1/2 است. برای چنین دستگاهی کدام یک از حالت‌های زیر قابل دسترس هستند؟

الف) دو حالت یک‌تایی، دو حالت سه‌تایی، و یک حالت پنج‌تایی

ب) دو حالت یک‌تایی، دو حالت سه‌تایی

ج) دو حالت یک‌تایی، یک حالت سه‌تایی، و یک حالت پنج‌تایی

د) دو حالت یک‌تایی، سه حالت سه‌تایی، و یک حالت پنج‌تایی

مسئله 2)  $|u_n\rangle$  ویژه‌حالت  $n$  ام همیلتونی ی نوسان‌گر هم‌آهنک ساده‌ی یک بُعدی با انرژی  $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$  است. کدام گزینه صفر است؟

الف)  $\langle u_7 | x^5 | u_1 \rangle$

ب)  $\langle u_6 | x^7 | u_{13} \rangle$

ج)  $\langle u_{13} | x^9 | u_4 \rangle$

د)  $\langle u_8 | x^3 | u_{11} \rangle$

مسئله 3) همیلتونی ی سیستمی به صورت

$$H = e^{\alpha(\sigma_1 + i\sigma_2)} + e^{\alpha(\sigma_1 - i\sigma_2)}$$

است. کدام گزینه معرف انرژی‌های قابل دسترس سیستم است؟ ( $\alpha$  مقداری ثابت و  $\sigma_i$  ها ماتریس‌های پائولی هستند.)

الف)  $2(1 + \alpha), 2(1 - \alpha)$

ب)  $(1 + \alpha), (1 - \alpha)$

ج)  $e^\alpha - e^{-\alpha}, e^\alpha + e^{-\alpha}$

د)  $2 \sin \alpha, e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}$

مسئله 4) حالت یک ذره با اسپین 1/2 در لحظه  $t$

$$|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\omega t} \\ 1 \end{pmatrix}$$

است. این ماتریس در پایه‌ی ویژه توابع مؤلفه‌ی  $z$  اسپین  $S_z$  نوشته شده.  $\langle S_x \rangle$  کدام است؟

الف)  $\frac{\hbar}{2} \sin \omega t$

ب)  $\frac{\hbar}{2} \cos \omega t$

ج)  $\frac{\hbar}{2} e^{i\omega t}$

د)  $\frac{\hbar}{4} (\sin \omega t + \cos \omega t)$

مسئله‌ی 5) از ترکیب حالات دو ذره با اسپین 1 می‌توانیم حالتی با  $s = 2$  و  $m_s = 0$  بسازیم.  $\chi_{s_1, m_1}^{(1)}$  معرف حالت اسپینی ذره‌ی 1 است. کدام گزینه این حالت را نشان می‌دهد

الف)  $|s = 2, m_s = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\chi_{1,1}^{(1)} \chi_{1,-1}^{(2)} - 2\chi_{1,0}^{(1)} \chi_{1,0}^{(2)} + \chi_{1,-1}^{(1)} \chi_{1,1}^{(2)})$

ب)  $|s = 2, m_s = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_{1,1}^{(1)} \chi_{1,-1}^{(2)} + \chi_{1,-1}^{(1)} \chi_{1,1}^{(2)})$

ج)  $|s = 2, m_s = 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} (\chi_{1,1}^{(1)} \chi_{1,-1}^{(2)} + 2\chi_{1,0}^{(1)} \chi_{1,0}^{(2)} + \chi_{1,-1}^{(1)} \chi_{1,1}^{(2)})$

د)  $|s = 2, m_s = 0\rangle = \frac{1}{3\sqrt{2}} (\chi_{1,1}^{(1)} \chi_{1,-1}^{(2)} + 4\chi_{1,0}^{(1)} \chi_{1,0}^{(2)} + \chi_{1,-1}^{(1)} \chi_{1,1}^{(2)})$

مسئله‌ی 6) تابع حالت ذره‌ای

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

است. این ماتریس در پایه‌ی ویژه توابع مؤلفه‌ی  $z$  تکانه‌زاویه‌ای  $L_z$  نوشته شده. احتمال آن‌که در اندازه‌گیری  $L_z^2$  مقدار  $\hbar^2$  به دست بیاید چه قدر است؟ پس از اندازه‌گیری و به دست آمدن این نتیجه تابع حالت سیستم چیست؟

مسئله‌ی 7) دو ذره با همیلتونی  $H = JS_1 \cdot S_2$  برهم‌کنش دارند. اسپین دو ذره  $1/2$  است. ویژه توابع و ویژه مقادیر انرژی را به دست آورید.

مسئله‌ی 8) همیلتونی سیستمی به صورت  $H = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & \epsilon \\ 0 & E_1 & \delta \\ \epsilon & \delta & E_2 \end{pmatrix}$  است.  $\epsilon$  و  $\delta$  کوچک هستند. تغییر انرژی در رتبه‌ی اول  $\epsilon$  و  $\delta$  چه قدر است؟

همیلتونی سیستمی به صورت  $H = \frac{A}{\hbar^2} (L_x^2 + L_y^2)$  است.  $A$  پارامتری ثابت و  $L_x$  و  $L_y$  مؤلفه‌های تکانه‌ی زاویه‌ای هستند.

مسئله 9) نشان دهید در حالتی که  $l = 1$  است، یک حالت یگانه و دو حالت تبه‌گن انرژی وجود دارد. این مقادیر را به دست آورید.

مسئله 10) اختلال  $H_1 = BLx/\hbar^2$  را وارد می‌کنیم.  $B$  پارامتری ثابت و کوچک است. در تقریب اول اختلال مقادیر ویژه انرژی را به دست آورید.

راه‌نمایی: ممکن است روابط زیر به درد شما بخورند

$$L^\pm Y_{l,m} = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_{l,m \pm 1}$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H = \hbar\omega \left( \frac{1}{2} + A^\dagger A \right)$$

$$x = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (A^\dagger + A)$$

در پایه‌ی  $u_n$  ویژه توابع انرژی

$$A^\dagger = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$