

مسئله‌ی 1) معادله‌ی اویلر را برای فرینه کردن انتگرال

$$\int_{x_1}^{x_2} f(y_{xx}, y_x, y, x)$$

به دست آورید.

مسئله‌ی 2)

الف) ذره‌ای روی چه خمی از نقطه‌ی (x_1, y_1) به نقطه‌ی (x_2, y_2) حرکت کند تا زمان حرکتش کمینه شود. معادله‌ی دیفرانسیلی بین y ، y_x و y_{xx} به دست آورید. لازم نیست این معادله را حل کنید. گرانش در راستای y است.

ب) طنابی بین دو نقطه‌ی (x_1, y_1) و نقطه‌ی (x_2, y_2) آویزان می‌کنیم. طناب طوری می‌ایستد که انرژی دیفرانسیلی آن کمینه شود. معادله‌ی خمی که طناب می‌سازد را $y(x)$ بگیرید. معادله‌ی دیفرانسیلی بین y_x ، y و y_{xx} به دست آورید. لازم نیست این معادله را حل کنید.

مسئله‌ی 3)

الف) بخش حقیقی و بخش موهومی $(1 + i\sqrt{3})^6$ را به دست آورید.

ب) عدد مختلط z را که در معادله‌ی $\bar{z} = z^2$ صدق می‌کند را به دست آورید.

ج) اتحاد زیر را ثابت کنید

$$\sin^2 z + \cos^2 z = 1$$

مسئله‌ی 4) انتگرال زیر را برای دو پربند داده شده محاسبه کنید

$$\oint_C \frac{dz}{1+z^2}$$

الف) C دایره‌ای به شعاع 2 و به مرکز مبدا است.

ب) C یک بیضی با معادله‌ی $x^2 + 4y^2 = 1$ است.

مسئله 5) انتگرال زیر را محاسبه کنید

$$\oint_C \frac{dz e^z}{a^2 + z^2}$$

C دایره‌ای به شعاع $2a$ و به مرکز مبدا است.

مسئله 6)

الف) تکینگی‌ها و مانده‌های مربوط به هر تکینگی f را به دست آورید

$$f(z) = \frac{z^3 + z^2 + 2}{z(z^2 - 1)^2}$$

ب) تکینگی‌ها و مانده‌های مربوط به هر تکینگی g را به دست آورید

$$g(z) = \frac{z^{n-1}}{z^n + a^n}$$

ج) مانده‌ی تابع $h(z)$ حول $z = 0$ را به دست آورید

$$g(z) = \frac{\sin \alpha z}{z^3 \sin \beta z}$$