

بسمه تعالی

امتحان میان‌ترم دوم مکانیک آماری پیش‌رفته دانشگاه الزهراء - دی ماه ۱۳۸۲

۱- دمای خورشید حدود 6000 K است. چه درصدی از اتم‌های هیدروژن خورشید در حالت برانگیخته‌ی اول هستند؟ انرژی برانگیختگی لایه‌ی اول 10.2 eV است.

۲- دستگاهی شامل N ذره است. هر ذره می‌تواند در یکی از دو حالت انرژی قرار بگیرد. انرژی حالت اول $\epsilon_1 = 0$ و انرژی حالت دوم $\epsilon_2 = \epsilon$ است. تبه‌گنی این حالت‌ها به ترتیب g_1 و g_2 است. این سیستم در مجاورت یک منبع گرمایی با دمای T قرار دارد.

الف- انتروپی این سیستم را بر حسب T به دست آورید.

ب- انتروپی این سیستم را بر حسب انرژی سیستم E ، به دست آورید.

ج- در حد $T \rightarrow 0$ و $T \rightarrow \infty$ ، انتروپی را به دست آورید.

۳- ملکولی دو اتمی را در نظر بگیرید. سهم انرژی دورانی در تابع پارش از طریق $L^2/2I$ وارد می‌شود، در این صورت

$$Q^{rot} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \exp\left\{-\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2IkT}\right\}.$$

الف- سهم بخش دورانی در ظرفیت گرمایی را برای یک ملکول دو اتمی در دماهای پایین $\hbar^2/(IkT) \gg 1$ به دست آورید.

ب- سهم بخش دورانی در ظرفیت گرمایی را برای یک ملکول دو اتمی در دماهای بالا $\hbar^2/(IkT) \ll 1$ به دست آورید.

برای این محاسبه می‌توانید از فرمول اویلر-مکلورن استفاده کنید.

$$\sum_{l=0}^{\infty} f(l) \approx \int_0^{\infty} f(l) dl + \frac{f(0) + f(\infty)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k B_k}{(2k)!} \frac{d^{2k-1} f(l)}{dl^{2k-1}} \Big|_{l=0},$$

که در آن $B_1 = 1/6$ ، $B_2 = 1/30$ و \dots اعداد برنولی هستند.

موفق باشید.